

# SOLUCIONARIO

# 15 AMANECERES

# EN UN DÍA

Matemáticas aplicadas a la  
observación de satélites artificiales



## RESUMEN

La estación Espacial Internacional (ISS) es un proyecto de colaboración multinacional. Está permanentemente habitada. En ella se realizan experimentos de microgravedad y estudios sobre astrobiología, astronomía, meteorología y física. La ISS puede verse a simple vista, hay aplicaciones móviles y sitios web que indican cuando es visible. Cálculos simples aplicados a los satélites artificiales nos permiten saber cuánto brilla, el radio de visión donde es visible, su velocidad y periodo orbital.

## CONTENIDOS

Solucionario de los ejercicios de Matemáticas aplicadas a la observación de satélites. Actividad 1: Zona de la Tierra desde la que se llega a ver un satélite

Actividad 2: Brillo aparente con el que se observa un satélite.

Actividad 3: Velocidad orbital de un satélite

Actividad 4: Periodo orbital de un satélite

Actividad 5: Alejamiento hacia el oeste entre dos pasos sucesivos del satélite

## REFERENCIA

D. Galadí-Enríquez, A ras de cielo. Ediciones Akal 2018

## NIVEL

4º ESO

Bachillerato

## AUTORES

Blanca Troughton Luque (*Sociedad Malagueña de Astronomía*)

David Galadí Enríquez (*Observatorio Astronómico de Calar Alto*)



Federación de Asociaciones  
Astronómicas de España



## Matemáticas aplicadas a la observación de satélites artificiales

### Solucionario

#### Actividad 1: Zona de la Tierra desde la que se llega a ver un satélite

Si observamos un satélite por el cenit de un lugar, ¿hasta qué distancia de ese lugar otras personas lo verán sobre el horizonte?

Ejercicio 1: (Para 4º ESO académicas y aplicadas, nivel mínimo)

La Estación Espacial Internacional (ISS) orbita alrededor de la Tierra a una altitud de 400 km. Si, por ejemplo, desde Torremolinos <sup>(\*)</sup>, un determinado día, la vemos pasar por el cenit, ¿a qué distancia de Torremolinos dejaremos de verla? Expresa el resultado en km redondeando a las unidades.

<sup>(\*)</sup> Cambiar por el lugar que corresponda.

#### Solución ejercicio 1:

Ponemos la calculadora en modo *radianes*. Sabemos que:

$$L = r \cdot \arccos \frac{r}{r+h}$$

$$L = 6366 \text{ km} \cdot \arccos \frac{6366 \text{ km}}{6366 \text{ km} + 400 \text{ km}} = 2199,92 \text{ km} \approx 2200 \text{ km}$$

Es decir, si la ISS pasa por Torremolinos, en ese mismo instante la ISS puede llegar a verse desde los lugares que disten de Torremolinos menos de 2.200 km.

Ejercicio 2: (Para 1º Bachillerato ciencias, nivel mínimo)

La Estación Espacial Internacional (ISS) orbita alrededor de la Tierra a una altitud de 400 km. Si, por ejemplo, desde Torremolinos <sup>(\*)</sup>, un determinado día, la vemos pasar por el cenit y la altura en grados de buena visibilidad sobre el horizonte es de 20°. ¿A qué distancia de Torremolinos ya no podría verse bien? Expresa el resultado en km, redondeado a las unidades.

<sup>(\*)</sup> Cambiar por el lugar que corresponda.

Solución ejercicio 2:

Si  $\beta = 20^\circ$ , en radianes  $\beta = \pi/9$  rad.

Ponemos la calculadora en modo *radianes*:

$$L = r \cdot \left[ \arccos \frac{r \cdot \cos \beta}{r + h} - \beta \right]$$

$$L = 6366 \cdot \left[ \arccos \frac{6366 \cdot \cos(\pi/9)}{6366 + 400} - \frac{\pi}{9} \right] = 872,67 \text{ km} \approx 873 \text{ km}$$

Es decir, con un horizonte despejado a una altura de  $20^\circ$  ( $\pi/9$  rad) sobre el horizonte, si la ISS pasa por el cenit de Torremolinos se puede seguir viendo bien en un radio de 873 km alrededor de esta población.

**Actividad 2: Brillo aparente con el que se observa un satélite.**

Ejercicio 3: (Para 4º ESO, nivel mínimo)

La longitud característica de la Estación Espacial Internacional (ISS) es de 25 metros. Si está a una distancia de 400 km de la superficie terrestre, ¿con qué magnitud aparente se verá si pasa por el cenit del lugar de observación?

Solución ejercicio 3:

La ISS se verá con una magnitud aparente,  $m$ , de:

$$m = -25 - 5 \log \frac{L}{D} = -25 - 5 \log \frac{25}{400000} = -3,98$$

Este brillo aparente es aproximadamente el del planeta Venus.

### Actividad 3: Velocidad orbital de un satélite

Ejercicio 4: (Para 4º ESO académicas, nivel mínimo)

Calcular la velocidad a la que orbita la Estación Espacial Internacional (ISS), sabiendo que está a 400 km sobre la superficie de la Tierra. Expresar el resultado en km/h redondeando a las unidades.

Solución ejercicio 4:

La velocidad orbital de la ISS es:

$$v = \frac{2.272.770}{\sqrt{r+h}} = \frac{2.272.770}{\sqrt{6.366+400}} \approx 27.631 \text{ km/h}$$

### Actividad 4: Periodo orbital de un satélite

Ejercicio 5: (Para 4º ESO académicas, nivel mínimo)

Determinar el periodo de la ISS, sabiendo que su altitud es de 400 km y su velocidad orbital de 27.631 km/h. Dar el resultado expresado en horas enteras y redondeando los minutos. ¿Cuántos amaneceres se verán a bordo de la ISS?

Solución ejercicio 5:

$$\text{Periodo} = T = \frac{2\pi(r+h)}{v} = \frac{2\pi(6366+400)\text{km}}{27.631 \text{ km/h}} \approx 1 \text{ h } 32 \text{ min} = 1,53 \text{ h}$$

Es decir, tras 1 hora y 32 minutos la ISS volverá a verse pasar, pero como la Tierra gira sobre sí misma, en ese tiempo el observador se habrá desplazado hacia el este con la Tierra a otro lugar con respecto a la ISS. Por tanto la ISS aparecerá desplazada hacia el oeste con respecto al observador.

Como el día tiene 24 horas, la ISS dará  $\frac{24\text{h}}{1,53\text{h/vuelta}} = 15,6$  vueltas alrededor de la Tierra y por tanto los astronautas a bordo de la ISS se verán 15 amaneceres y atardeceres cada día!

## Actividad 5: Alejamiento hacia el oeste entre dos pasos sucesivos del satélite

Ejercicio 6: (Para 4º ESO, nivel mínimo)

Calcular el alejamiento en km hacia el oeste desde, por ejemplo, Torremolinos (\*) entre dos pasos sucesivos de la ISS, sabiendo que tiene un periodo de 1h 32min. Dar el resultado redondeando a las unidades.

(\*) Cambiar por el lugar que corresponda.

Solución ejercicio 6:

En Torremolinos la latitud es de 36,62°. Ponemos la calculadora en modo *grados*:

$$L = \frac{P_S}{P_T} \cdot r \cdot 2\pi \cdot \cos\varphi = \frac{1\text{h}32\text{min}}{24\text{h}} \cdot 6366 \text{ km} \cdot 2\pi \cdot \cos 36,62^\circ \approx 2051 \text{ km}$$

Por tanto, si la ISS pasa directamente sobre el cenit de Torremolinos, en el paso siguiente no se podrá observar desde esa misma ubicación, habría que desplazarse 2.051 km hacia el oeste para que volviera a pasar por el cenit.



**NANCY ROMAN GRACE**  
LA MADRE DEL TELESCOPIO ESPACIAL HUBBLE

Fue la primera mujer en conseguir un puesto ejecutivo en la NASA y la principal impulsora del proyecto del telescopio espacial Hubble.



**CATHERINE CESARSHY**  
LIDERANDO LA ASTRONOMÍA MUNDIAL

Directora general del Observatorio Europeo Austral (ESO) entre 1999 y 2007, ha sido la primera presidenta de la Unión Astronómica Internacional (IAU) entre 2006 y 2009.

# HACIENDO VISIBLE LO INVISIBLE



Recreación del Telescopio Extremadamente Grande. ELT, © Observatorio Europeo Austral (ESO).



**MARÍA LUISA GARCÍA VARGAS**  
DOMINANDO LA TECNOLOGÍA

Ha participado en el proyecto del instrumento MEGARA en el Gran Telescopio de Canarias (GTC) y ha sido la primera mujer en crear una empresa privada especializada en instrumentación astronómica y desarrollo de software.

**MARIAM AL ASTURLABI**  
FABRICANTE DE ASTROLABIOS



Vivió en Alepo (actual Siria) en el siglo X y fue conocida por su maestría en la construcción de astrolabios. Los complejos cálculos matemáticos que manejó le permitieron innovar en el diseño de esos instrumentos y en el desarrollo de técnicas de navegación. Su apodo, Al Asturlabi, sugiere el reconocimiento público a su trabajo.

