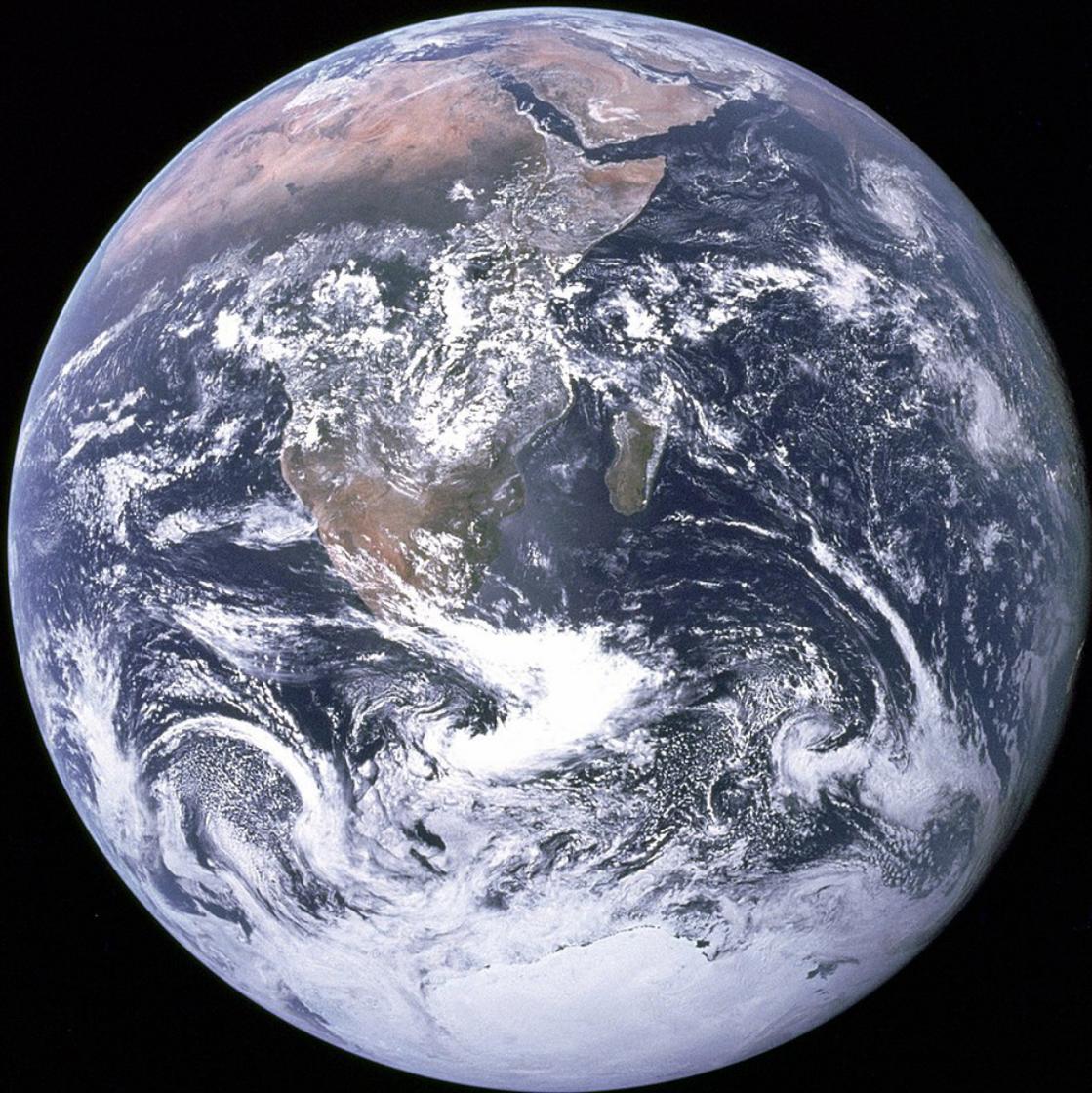


MEDIR EL RADIO DE LA TIERRA CUALQUIER DÍA DEL AÑO



*Foto icónica de la Tierra tomada el 7 de diciembre de 1972
por el equipo de la misión Apolo 17 (Foto: NASA)*

RESUMEN

Se propone un método para hacer el experimento de medir el radio de la Tierra realizando una única medida cualquier día del año. Este método se basa en el cálculo del tamaño de la Tierra a partir de la determinación del punto subsolar, es decir, el punto en el que el Sol parece estar justamente encima, basta usar las herramientas TICs o la Tierra paralela.

CONTENIDOS

1. 1. Calcular el tamaño de la Tierra cualquier día del año al mediodía solar con herramientas TICs.
2. 2. Calcular el tamaño de la Tierra cualquier día del año a cualquier hora con sol con la Tierra paralela.

NIVEL

Segundo ciclo de ESO y Bachillerato.

REFERENCIAS

- “Métodos alternativos para medir el radio de la Tierra”, B. Troughton, E. Esteban, Revista Astronomía, II Época, Año XXXIII, No 225, Abril 2018, www.globalastronomia.com
- “Medir el radio de la Tierra cualquier día del año”, B. Troughton, Sociedad Malagueña de Astronomía, <https://www.youtube.com/watch?v=mkDX-GYHytg&t=1804s>

AUTORES

Blanca Troughton Luque (*Sociedad Malagueña de Astronomía*)

Esteban Esteban (*Asociación para la Enseñanza de la Astronomía*)

Medir el radio de la Tierra cualquier día del año

Introducción

Calcular el radio de la Tierra emulando el famoso experimento de Eratóstenes es bien conocido: en dos lugares diferentes sobre un mismo meridiano hay que hacer medidas de la sombra que produce un gnomon y calcular la razón con la altura del mismo. Ambas medidas deben de realizarse el mismo día y a la misma hora del mediodía solar. De esta manera calculando la diferencia entre ángulos y midiendo la distancia entre los dos lugares, una simple regla de tres permite obtener el valor del perímetro de la Tierra. Normalmente los proyectos educativos proponen las fechas de los solsticios o equinoccios para realizar el experimento.

Pero este procedimiento conlleva muchas pegas para realizarlo con estudiantes. Por un lado, las fechas de realización coinciden con el inicio y final del curso o con las vacaciones de Navidad o Semana Santa, por otro lado hay que compaginarse con estudiantes de otro centro del mismo meridiano y debe de estar despejado allí y sin contratiempos el mismo día que se realiza la medición aquí. Además tanto en un sitio como en otro se han de hacer bien las medidas, si uno falla, el experimento sale mal.

La pregunta es ¿podemos prescindir de hacer esta práctica en combinación con otro centro y realizarla cualquier día del año? ¿E incluso a cualquier hora con sol?

Se propone un método para hacer el experimento de medir el radio de la Tierra realizando una única medida cualquier día del año. Este método se basa en el cálculo del tamaño de la Tierra a partir de la determinación del punto subsolar, es decir, el punto en el que el Sol parece estar justamente encima.

Materiales:

Para realizar el experimento se precisa de un gnomon (palo recto en posición vertical), un reloj, una brújula (física o digital), una cinta métrica, conexión a internet, lápiz y papel.

Descripción:

En primer lugar hay una fase común para los dos experimentos. Hay que situar el gnomon en posición vertical con respecto al suelo (se puede asegurar la verticalidad con el uso de una plomada). A continuación medir la longitud del gnomon (L) y la sombra (s) que arroja sobre un suelo plano (Figura 1). En cada uno de ellos se hará esta medida en momentos diferentes que describiremos más en adelante.

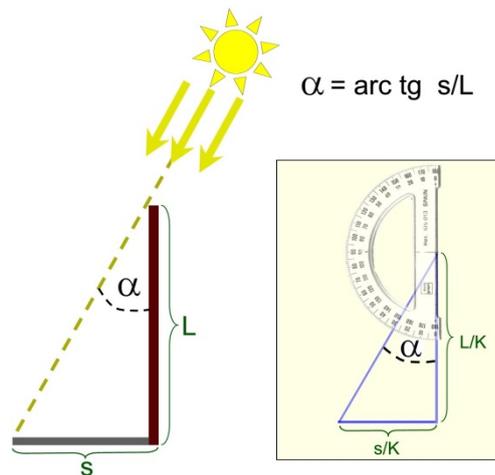


Figura 1: Dos posibles métodos para calcular el ángulo del Sol respecto a la vertical

El cociente entre la longitud la sombra (s) y del gnomon (L) nos da la tangente del ángulo α que forman los rayos solares con la vertical, de donde obtendremos dicho ángulo con la calculadora.

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{longitud sombra}}{\text{longitud gnomon}} = \frac{s}{L}$$

$$\alpha = \text{arc tg } \frac{s}{L}$$

El cálculo aproximado puede hacerse también sin necesidad de utilizar fórmulas trigonométricas, trazando un triángulo rectángulo semejante y midiendo el ángulo con un transportador (Figura 1).

El ángulo complementario $90^\circ - \alpha$ nos permite saber a qué altura está el Sol sobre el horizonte.

1. Calcular el tamaño de la Tierra cualquier día del año al mediodía solar con herramientas TICs.

Dividimos el experimento en dos periodos:

Periodo 1: El experimento se realiza en primavera-verano en el hemisferio norte u otoño-invierno en el hemisferio sur.

Periodo 2: El experimento se realiza en otoño-invierno en el hemisferio norte o primavera-verano en el hemisferio sur.

Periodo 1:

Primavera – Verano (en el hemisferio norte)

Otoño – Invierno (en el hemisferio sur)

La sombra de un gnomon al medio día solar siempre se dirige hacia el norte o hacia el sur dependiendo de donde estemos situados en la Tierra y de la estación del año.

Esta fórmula nos indica la relación entre la latitud del lugar de observación, λ , la declinación solar, δ , y el ángulo medido α :

$$\alpha = |\lambda - \delta| = \begin{cases} \lambda - \delta & \text{si } \lambda > \delta \text{ (si la sombra se dirige al norte)} \\ \delta - \lambda & \text{si } \lambda < \delta \text{ (si la sombra se dirige al sur)} \end{cases}$$

Vamos a explicar cómo hacer el experimento un día cualquiera de primavera o verano en el hemisferio norte desde una latitud al norte del trópico de Cáncer (por ejemplo, España). La situación del sol con respecto a la Tierra es como se muestra en el dibujo (Figura 2):

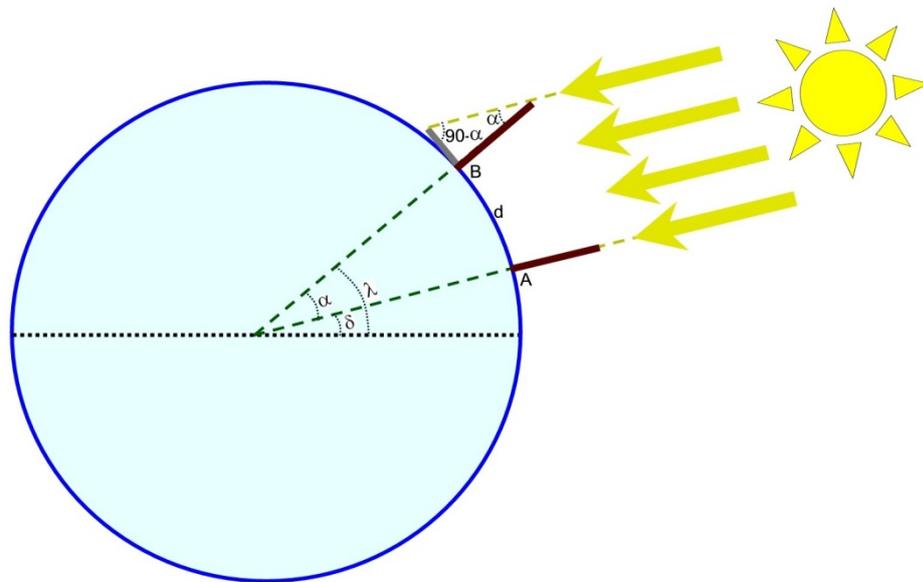


Figura 2: Incidencia de rayos solares sobre la Tierra en el periodo primavera-verano al norte del trópico de Cáncer

Los rayos del sol inciden perpendicularmente en algún lugar entre el ecuador y el trópico de Cáncer, y por tanto un gnomon situado allí no dará sombra (A), mientras que en nuestras latitudes (B) si producirá una sombra. Hacemos el experimento al mediodía solar teniendo en cuenta la ecuación del tiempo para la fecha del experimento. Se mide la sombra, así como la longitud del gnomon que formará un triángulo rectángulo con el suelo (Figura 1) y se calcula el ángulo α .

Como el Sol está muy lejos respecto a la Tierra podemos considerar que sus rayos llegan paralelos a la superficie de la Tierra y por tanto el ángulo α calculado con anterioridad es el

mismo con el que se cruzan las prolongaciones de los gnomones en el centro de la Tierra. Se observa en la Figura 2 que:

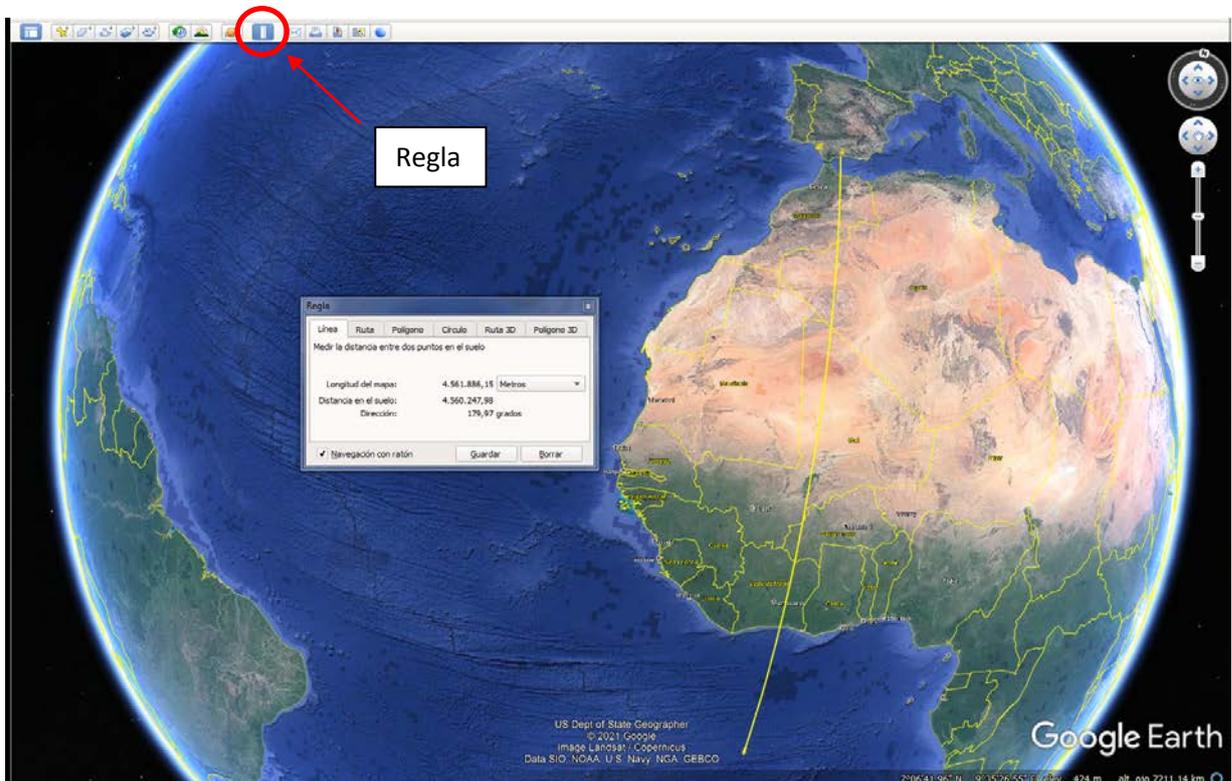
$$\alpha = \lambda - \delta$$

siendo λ la latitud del lugar donde estamos haciendo la medida y δ la declinación del sol en ese día, que no conocemos y que la obtenemos despejando:

$$\delta = \lambda - \alpha$$

Con ello sabremos la latitud sobre la superficie de la Tierra donde el Sol incide perpendicularmente (gnomon sin sombra). Buscamos el lugar en la Tierra que tiene por coordenadas en latitud la declinación solar (δ) y por longitud la misma donde hacemos la medida, es decir, en el mismo meridiano.

Con estos datos abrimos el programa de Google Earth, nos posicionamos en el lugar donde realizamos la medida, bien con las coordenadas de latitud (λ_1) y longitud (δ_1) si las conocemos, o bien haciendo zoom y localizando el lugar. Lo marcamos colocando una chincheta en el mismo. A continuación marcamos otra chincheta y le introducimos por latitud la declinación solar (δ) que hemos calculado y por longitud la misma coordenada de longitud (δ_1) de nuestro lugar de observación. Nos alejamos con el zoom para ver donde se ha posicionado esta chincheta. Con la herramienta "Regla" nos situamos sobre la primera chincheta (lugar de la medida) y nos desplazamos con el ratón hasta la segunda chincheta (lugar donde a la hora del experimento el Sol cae perpendicularmente) y se nos indica en una ventana la distancia (d) que hay entre ambos lugares (en km).



Ahora solo hay que hacer una proporción o regla de tres directa:

$$\frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{d}{P}$$

siendo P el perímetro de la Tierra. Despejamos P :

$$P = \frac{360^\circ \cdot d}{\alpha}$$

Como la longitud de la circunferencia es $L = 2\pi r$, siendo r el radio de la misma, obtenemos:

$$r = \frac{360^\circ \cdot d}{2\pi\alpha}$$

Para determinar la precisión de la medida calculamos el Error Absoluto tomando como valor verdadero del radio de la Tierra 6.371 km,

$$E_a = |6371 - r|$$

y a partir de él calculamos el Error Relativo,

$$E_r = \frac{E_a}{6.371}$$

si lo multiplicamos por 100 obtenemos el porcentaje de error, que debe de ser menor a 1 si lo hemos realizado correctamente.

Periodo 2:

Otoño – Invierno (en el hemisferio norte)

Primavera – Verano (en el hemisferio sur)

Si el experimento lo realizamos cualquier día de otoño o invierno en el hemisferio norte la operación $\alpha = \lambda - \delta$ se traduce en una adición de ángulos, pues la declinación solar (δ) es negativa, por estar el sol por debajo del ecuador celeste durante esta época del año, como se puede observar en la Figura 3.

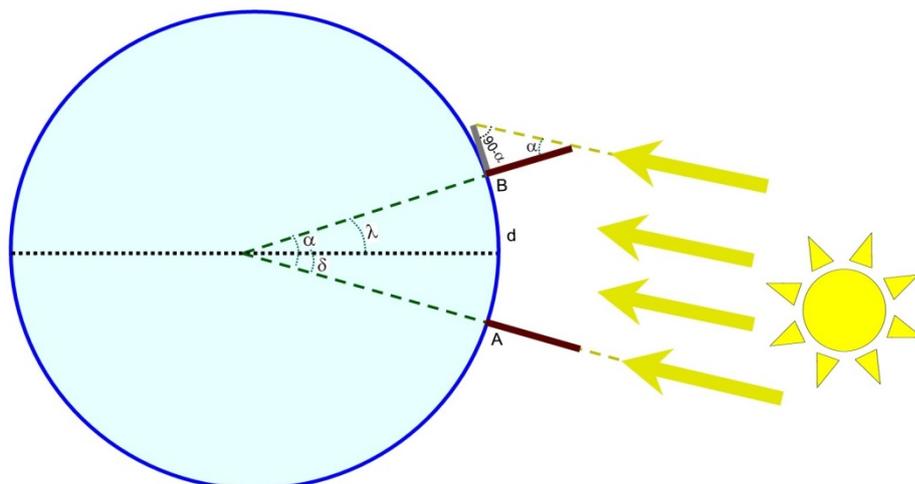


Figura 3: Incidencia de rayos solares sobre la Tierra en el periodo otoño-invierno en el hemisferio norte

Si el lugar de realización del experimento está entre el ecuador y el trópico de Cáncer, la determinación del ángulo alfa difiere (es el valor opuesto), pero esta fórmula nos permite su cálculo en cualquier lugar de la Tierra del hemisferio norte o sur donde incida el sol:

$$\alpha = \begin{cases} \lambda - \delta & \text{si } \lambda > \delta \text{ (si la sombra se dirige al norte)} \\ \delta - \lambda & \text{si } \lambda < \delta \text{ (si la sombra se dirige al sur)} \end{cases}$$

siendo λ la latitud del lugar y δ la declinación solar para la fecha del experimento. Para saber qué resultado tomar del valor del ángulo α solo hay que ver hacia dónde apunta la sombra del gnomon.

Como α se calcula a partir de la sombra del gnomon y λ es conocido (la latitud del lugar de observación), se despeja δ , la declinación solar, que corresponderá a la latitud del lugar del punto subsolar.

2. Medir el radio de la Tierra cualquier día del año a cualquier hora con sol con una sola medida.

Este método para determinar el tamaño de nuestro planeta en cierta forma es muy similar al utilizado por Eratóstenes, pero también difiere de él y de casi la totalidad de otras variantes que se basan en el cálculo de la longitud del meridiano.

Tal como hizo el sabio de Alejandría, se parte del conocimiento de un lugar de nuestro planeta en el que en un determinado momento el Sol está en el cénit (punto subsolar), y simultáneamente se determina la altura que alcanza el astro rey en el lugar en que nos encontramos, a partir de la medición de la sombra de un objeto vertical. Pero la principal

diferencia con el método utilizado por Eratóstenes y con otras variantes del mismo es que en esta propuesta no se mide un meridiano, sino un círculo máximo de la esfera terrestre.

Un círculo máximo es la intersección de un plano que pasa por el centro de la esfera, con su superficie. Todos los círculos máximos tienen la misma longitud y su radio es el radio de la esfera. En la Tierra los meridianos son círculos máximos y también el ecuador, pero no lo son los otros paralelos. Hay infinitud de círculos máximos, y dados dos puntos cualesquiera de una esfera siempre hay uno que pasa por ellos: el originado por el plano que contiene esos dos puntos y el centro de la Tierra.

Concretamente se calculará la longitud del círculo máximo que pasa por el lugar en que estamos y el punto subsolar.

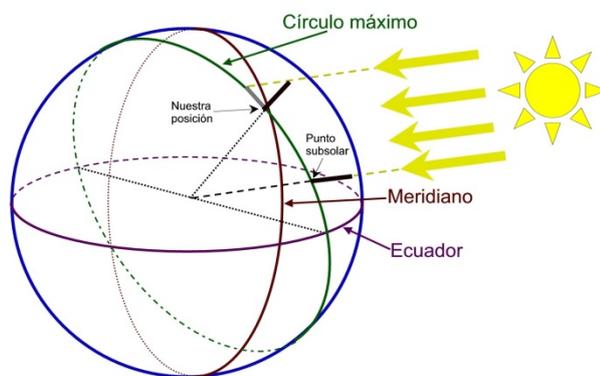


Figura 4: Situación del círculo máximo que se medirá

Al no tener que seguir un meridiano, no es necesario realizar la medición a mediodía, y tampoco necesitaremos ningún colaborador que nos aporte el ángulo del Sol en otro lugar porque ese otro dato lo averiguamos nosotros.

En cualquier momento que haga sol medimos la sombra de un objeto vertical y calculamos por trigonometría el ángulo " α " que forman los rayos solares con la vertical, como hemos descrito al inicio.

Simultáneamente averiguamos en qué lugar de la Tierra en ese momento el Sol está en el cenit, utilizando el recurso del globo terráqueo paralelo.

Este es quizás el elemento más novedoso que aparece en éste método: Si en un lugar soleado se coloca un globo terráqueo paralelo a la Tierra, estará iluminado de la misma manera que nuestro planeta. Por ejemplo, los lugares donde veamos que da el Sol corresponden a donde es de día en esos momentos.

Para posicionarlo adecuadamente se quita el soporte habitual del globo terráqueo, y se coloca sobre una base cilíndrica, de manera que la localidad en que nos encontremos quede en la

parte superior y nuestro meridiano esté orientado según la dirección Norte-Sur, lógicamente el Polo Norte hacia nuestro Norte geográfico. Se puede utilizar una brújula, corrigiendo si es necesario la declinación magnética, o un reloj de sol portátil, como en la figura.

Para una colocación más exacta se puede poner un tirafondo en la parte superior del globo terráqueo, sobre nuestra localidad, y comprobar que queda totalmente vertical tomando visuales a paredes o elementos verticales del entorno.



Imagen 3 : Colocación del globo terráqueo paralelo

Una vez situado el globo terráqueo de ésta manera, se desliza sobre su superficie un tirafondo apoyado en su cabeza hasta que no produzca sombra, y se anota el lugar de la Tierra que corresponde. Para facilitar esta labor, y que la sombra de nuestra mano no obstaculice, se puede insertar en una tira de papel que se sujetará y se moverá agarrando sus extremos, como en la figura.



Imagen 4: Determinación del punto subsolar

Luego hay que obtener la distancia “d” entre el punto subsolar así determinado y nuestra localidad. Esto puede hacerse utilizando la aplicación google.maps o midiendo en un mapa en

que aparezca la escala, si no está excesivamente alejado. En mapas de gran extensión no se mantiene la misma escala en toda ella y podría obtenerse un valor erróneo.

El ángulo “ α ” que forman los rayos solares con la vertical es el mismo que el que formaría la prolongación de los dos listones cuyo vértice estaría en el centro de la Tierra.

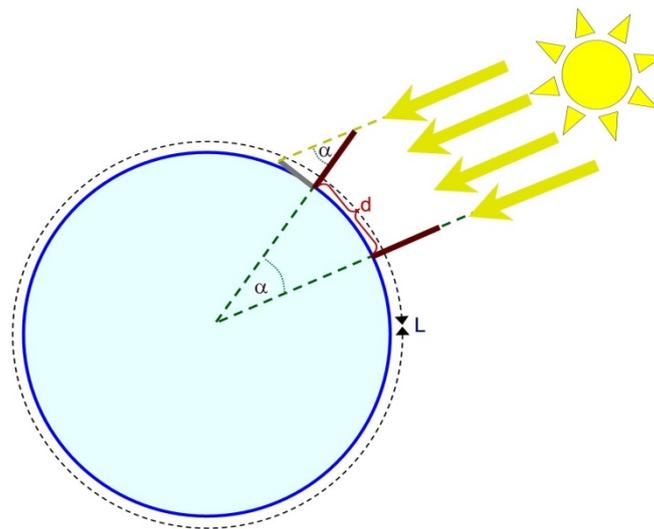


Figura 5: Elementos que intervienen en el cálculo

Con ese dato y la distancia “ d ” se calcula la longitud de la circunferencia terrestre “ L ” mediante una proporción, de la misma manera que hizo Eratóstenes hace 2300 años, :

$$L / 360^\circ = d / \alpha$$

La diferencia con el método de Eratóstenes es que él sabía que el punto subsolar estaba en la ciudad de Siena (actual Asuán) el 21 de Junio a mediodía. Como casualmente Siena estaba casi en el mismo meridiano que Alejandría, donde él vivía, el momento del mediodía casi coincidía y sabía cuándo tenía que realizar su medición para que fuese simultánea con el dato de Siena.

En otras variantes en que se realizan dos mediciones simultáneas desde diferentes lugares de un mismo meridiano también hay que hacerlas a mediodía para que la sombra esté sobre el meridiano y el gráfico sea correcto.

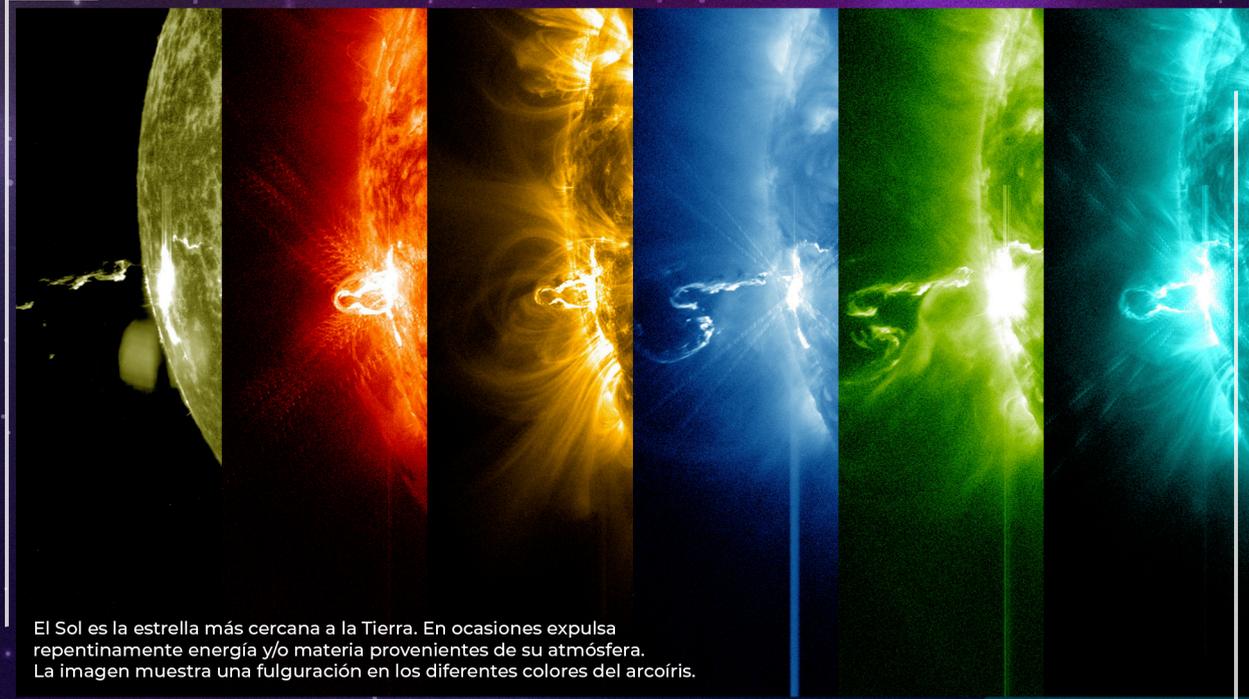
En nuestro caso la medida de la sombra se puede hacer en cualquier momento, siempre que podamos determinar en qué lugar de la Tierra el Sol está en el cenit en ese mismo instante.

Material adicional

“Métodos alternativos para medir el radio de la Tierra”, B. Troughton, E. Esteban, Revista Astronomía, II Época, Año XXXIII, Nº 225, Abril 2018, www.globalastronomia.com

“Medir el radio de la Tierra cualquier día del año”, B. Troughton, Sociedad Malagueña de Astronomía, <https://www.youtube.com/watch?v=mkDX-GYHytg&t=1804s> (Nota: En el vídeo se llama α a la altura del sol sobre el horizonte y por tanto $90^\circ - \alpha$ es la altura del sol respecto a la vertical.)

TAN CERCA, TAN LEJOS



El Sol es la estrella más cercana a la Tierra. En ocasiones expulsa repentinamente energía y/o materia provenientes de su atmósfera. La imagen muestra una fulguración en los diferentes colores del arcoíris.



**ELENA
KHOMENKO**
COÑ EL SOL EN
SU ORDENADOR

Su investigación teórica sobre el campo magnético del Sol ha recibido financiación de las convocatorias competitivas del European Research Council (Unión Europea) en varias ocasiones.



**ASSUMPCIÓ
CATALÀ**
PIONERA
ESPAÑOLA

Primera astrónoma profesional en obtener una plaza de profesora en una universidad española, en 1975.

Realizó observaciones sistemáticas de manchas solares y se dedicó al cálculo de órbitas y eclipses.



**EDITH ALICE
MÜLLER**
DANDO LA CARA
EN LA UNIÓN
ASTRONÓMICA
INTERNACIONAL

Primera mujer, secretaria general de la Unión Astronómica Internacional (1976-1979). Realizó investigaciones para determinar la composición química del Sol, sus variaciones en el espectro infrarrojo y su estructura térmica.

Un premio lleva su nombre.



**LOUISE
HARRA**
UNA IRLANDESA
ESPACIAL

Experta en diseñar instrumentos para observar el Sol desde el espacio. Desde 2019 es la directora del Observatorio de Davos en Suiza.

Estudia las eyecciones de masa coronal, los vientos solares y la conexión Sol-Tierra.

