

15 AMANECERES EN UN DÍA

Matemáticas aplicadas a la
observación de satélites artificiales



RESUMEN

La estación Espacial Internacional (ISS) es un proyecto de colaboración multinacional. Está permanentemente habitada. En ella se realizan experimentos de microgravedad y estudios sobre astrobiología, astronomía, meteorología y física. La ISS puede verse a simple vista, hay aplicaciones móviles y sitios web que indican cuando es visible. Cálculos simples aplicados a los satélites artificiales nos permiten saber cuánto brilla, el radio de visión donde es visible, su velocidad y periodo orbital.

CONTENIDOS

Matemáticas aplicadas a la observación de satélites.

Actividad 1: Zona de la Tierra desde la que se llega a ver un satélite

Actividad 2: Brillo aparente con el que se observa un satélite.

Actividad 3: Velocidad orbital de un satélite

Actividad 4: Periodo orbital de un satélite

Actividad 5: Alejamiento hacia el oeste entre dos pasos sucesivos del satélite

NIVEL

4º de ESO y Bachillerato

REFERENCIA

D. Galadí-Enrriquez, A ras de cielo. Ediciones Akal 2018

AUTORES

Blanca Troughton Luque (*Sociedad Malagueña de Astronomía*)

David Galadí Enrriquez (*Observatorio Astronómico de Calar Alto*)



Federación de Asociaciones
Astronómicas de España



Matemáticas aplicadas a la observación de satélites artificiales

En la resolución de todos los problemas planteados relacionados con las matemáticas aplicadas a la observación de los satélites artificiales usaremos el valor de $20000/\pi$ km para el radio de la Tierra, que redondeado a las unidades es 6.366 km.

Este valor es muy fácil de recordar si tenemos en cuenta el origen de la definición de metro dada en 1795. La Real Academia de Ciencias de Francia definió la unidad de longitud, el metro, como la diezmillonésima parte de la distancia que separa el polo de la línea del ecuador, a largo de la superficie terrestre.

$$1 \text{ m} = \frac{1}{10.000.000} \text{ Distancia (Polo, Ecuador)}$$

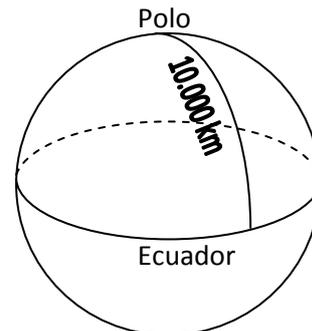


Gráfico 1

Ya Eratóstenes en el siglo III a.n.e. con un simple cálculo matemático basado en las sombras que producen dos palos en diferentes lugares del mismo meridiano obtuvo para el valor del perímetro de la Tierra una cantidad que equivalía a 40.000 km. Por tanto, la distancia del polo al ecuador es una cuarta parte, 10.000 km y como la longitud de una circunferencia es $L = 2 \cdot \pi \cdot r$, de ahí obtenemos el radio de la Tierra como $r = \frac{L}{2 \cdot \pi} = \frac{40000 \text{ km}}{2 \cdot \pi} = \frac{20000}{\pi}$, que es el valor que vamos a usar en todos los cálculos, muy fácil de recordar y, cómo no, en función del más famoso de los números irracionales, el número π .

Actividad 1: Zona de la Tierra desde la que se llega a ver un satélite

Si observamos un satélite por el cenit de un lugar, ¿hasta qué distancia de ese lugar otras personas lo verán sobre el horizonte?

Resolveremos el problema en dos fases. La primera fase es adecuada para un nivel mínimo de 4º de ESO, tanto en las matemáticas académicas como en las aplicadas. Y la segunda fase requiere como mínimo un nivel de 1º de bachillerato de ciencias.

Primera fase: Nivel mínimo 4º ESO.

Se parte del supuesto que el horizonte lo tenemos totalmente libre de obstáculos y que la visibilidad es buena a ras del mismo. En estas condiciones suponemos que un

satélite pasa por el cenit de un lugar y vamos a calcular el radio máximo de distancias en torno a ese lugar para las que el satélite se mantiene sobre el horizonte.

El cenit es el punto del cielo que está justamente encima de la cabeza del observador, es decir, es el punto del cielo cuya altura en grados desde el horizonte es de 90° .

Conceptos matemáticos: Para hacer este desarrollo es necesario conocer previamente:

- Medida de ángulos. Equivalencia entre grados y radianes.
- Razones trigonométricas de un ángulo.
- Geometría plana: circunferencia.

El gráfico para este caso es:

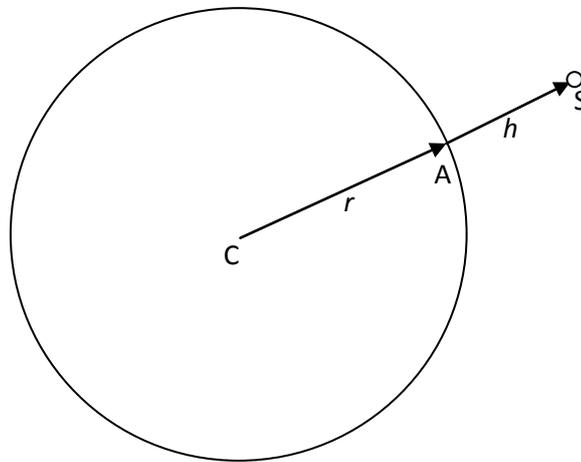


Gráfico 2

Siendo:

C = Centro de la Tierra

A = Lugar sobre cuyo cenit pasa el satélite

S = Posición del satélite en el cenit de A

r = Radio de la Tierra (km) = 6.366 km

h = altitud del satélite sobre la superficie de la Tierra (km).

Suponemos que en A el satélite S está a 90° de altura sobre el horizonte. Si nos desplazamos hacia el norte, la altura del satélite irá descendiendo, viéndose cada vez más bajo sobre el horizonte.

La pregunta es ¿a qué distancia de A dejará de verse el satélite?

Gráficamente ese lugar corresponderá al punto de intersección de la circunferencia con la recta tangente a la circunferencia que pasa por el punto S, al que llamaremos B.

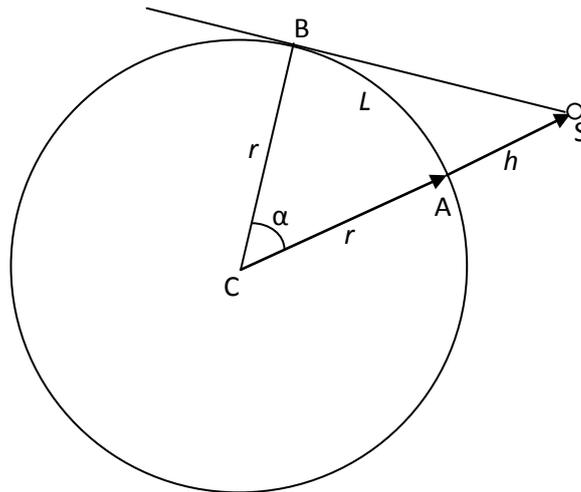


Gráfico 3

El triángulo CBS es rectángulo, estando el ángulo recto en B, pues la tangente a una circunferencia es perpendicular al radio.

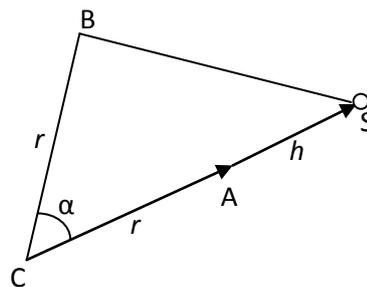
Llamamos L = Longitud menor del arco de circunferencia entre A y B. Nuestro objetivo es determinar L .

Conociendo el ángulo α en el vértice C, podemos calcular la longitud L con la fórmula:

$$L = r \cdot \alpha \quad , \quad \text{expresado } \alpha \text{ en radianes} \quad (1)$$

Efectivamente, el problema se reduce a calcular el ángulo α en radianes en el triángulo CBS, conociendo r y h .

El triángulo CBS a considerar es:



Para calcular el ángulo α , consideramos la razón trigonométrica del coseno del ángulo α

$$\cos \alpha = \frac{r}{r+h} \Rightarrow \alpha = \arccos \frac{r}{r+h}$$

Por tanto, la longitud menor, L , del arco de circunferencia entre A y B, es:

$$L = r \cdot \arccos \frac{r}{r+h} \quad (2)$$

Como esto ocurrirá en cualquier dirección hacia la que nos desplacemos desde el punto A, L (fórmula (2)) determina el radio máximo al que nos podemos desplazar desde A para seguir viendo el satélite sobre el horizonte.

Ejercicio 1: (Para 4º ESO académicas y aplicadas, nivel mínimo)

La Estación Espacial Internacional (ISS) orbita alrededor de la Tierra a una altitud de 400 km. Si, por ejemplo, desde Torremolinos ^(*), un determinado día, la vemos pasar por el cenit, ¿a qué distancia de Torremolinos dejaremos de verla? Expresa el resultado en km redondeando a las unidades.

^(*) Cambiar por el lugar que corresponda.

Segunda fase: Nivel mínimo 1º Bachillerato Ciencias.

El caso planteado anteriormente suponía un horizonte totalmente libre de obstáculos y con visibilidad a ras del suelo. Lo normal es no tener el horizonte visible en su totalidad debido a montañas, árboles, casas, bruma, etc., que nos impiden ver objetos en el cielo cercanos al horizonte.

Conceptos matemáticos: Para hacer este desarrollo es necesario conocer previamente:

- Medida de ángulos. Equivalencia entre grados y radianes.
- Razones trigonométricas de un ángulo.
- Geometría plana: circunferencia.
- Teorema del seno.
- Razones trigonométricas de la suma y diferencia de ángulos.

Admitimos que los satélites que pasan por el cielo de un lugar cualquiera se observan en buenas condiciones si lo hacen con una altura sobre el horizonte mayor o igual a un cierto valor mínimo β .

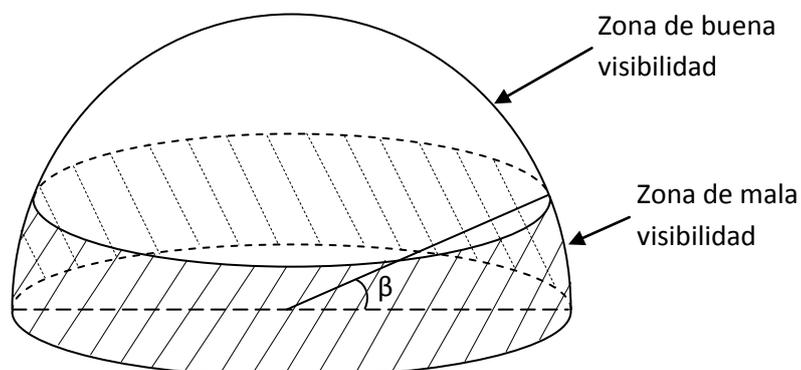


Gráfico 4

Supongamos que un satélite S pasa por el cenit de un lugar A. Veamos cómo calcular a qué distancia en torno a A llega a verse el satélite con una altura sobre el horizonte superior a β . Etiquetamos como B' el punto desde el cual muestra altura β el satélite que pasa por el cenit de A. El gráfico a considerar ahora es el siguiente:

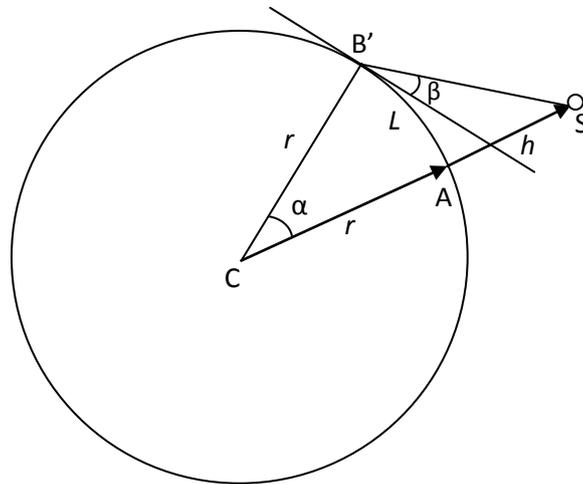
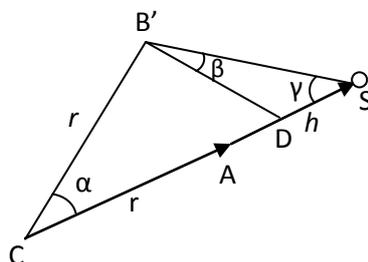


Gráfico 5

Y el problema sigue siendo obtener α (en radianes) para calcular la longitud L entre A y B'.

$$L = r \cdot \alpha \quad , \quad \text{expresado } \alpha \text{ en radianes} \quad (1)$$

Matemáticamente tenemos que resolver α en el siguiente triángulo no rectángulo, conociendo r , h y β :



Llamemos γ al ángulo en el vértice S. El triángulo CB'D es rectángulo, pues la recta tangente a la circunferencia en B' es perpendicular al radio de la circunferencia. Se tiene por tanto que:

$$\alpha + 90^\circ + \beta + \gamma = 180^\circ \Rightarrow \alpha + \beta + \gamma = 90^\circ \Rightarrow \gamma = 90^\circ - (\alpha + \beta)$$

Aplicando el teorema del seno en el triángulo CB'S tenemos:

$$\frac{r+h}{\operatorname{sen}(90^\circ + \beta)} = \frac{r}{\operatorname{sen} \gamma}$$

Aplicamos la fórmula del seno de la suma de ángulos a $\operatorname{sen}(90^\circ + \beta)$:

$$\operatorname{sen}(90^\circ + \beta) = \operatorname{sen}90^\circ \cdot \cos\beta + \operatorname{sen}\beta \cdot \cos90^\circ = 1 \cdot \cos\beta + \operatorname{sen}\beta \cdot 0 = \cos\beta$$

Teniendo en cuenta que $\gamma = 90^\circ - (\alpha + \beta)$. Aplicamos la fórmula del seno de la diferencia de ángulos a $\operatorname{sen}\gamma$:

$$\begin{aligned} \operatorname{sen}\gamma &= \operatorname{sen}(90^\circ - (\alpha + \beta)) = \operatorname{sen}90^\circ \cdot \cos(\alpha + \beta) - \operatorname{sen}(\alpha + \beta) \cdot \cos90^\circ = \\ &= 1 \cdot \cos(\alpha + \beta) - \operatorname{sen}(\alpha + \beta) \cdot 0 = \cos(\alpha + \beta) \end{aligned}$$

Por tanto, el teorema del seno quedaría así:

$$\begin{aligned} \frac{r+h}{\cos\beta} &= \frac{r}{\cos(\alpha + \beta)} \Rightarrow (r+h) \cdot \cos(\alpha + \beta) = r \cdot \cos\beta \Rightarrow \cos(\alpha + \beta) = \frac{r \cdot \cos\beta}{r+h} \\ &\Rightarrow \alpha + \beta = \arccos \frac{r \cdot \cos\beta}{r+h} \Rightarrow \alpha = \arccos \frac{r \cdot \cos\beta}{r+h} - \beta \end{aligned}$$

Luego la longitud del arco menor entre A y B' es:

$$L = r \cdot \left[\arccos \frac{r \cdot \cos\beta}{r+h} - \beta \right] \quad \text{expresado } \beta \text{ en radianes} \quad (3)$$

Por tanto, si hay una buena visibilidad a una altura β sobre el horizonte el radio máximo en torno a A desde el cual se logra ver el satélite como mínimo a esa altura es L (fórmula (3)).

Ejercicio 2: (Para 1º Bachillerato ciencias, nivel mínimo)

La Estación Espacial Internacional (ISS) orbita alrededor de la Tierra a una altitud de 400 km. Si, por ejemplo, desde Torremolinos ^(*), un determinado día, la vemos pasar por el cenit y la altura en grados de buena visibilidad sobre el horizonte es de 20°. ¿A qué distancia de Torremolinos ya no podría verse bien? Expresa el resultado en km, redondeado a las unidades.

^(*) Cambiar por el lugar que corresponda.

Actividad 2: Brillo aparente con el que se observa un satélite.

El brillo aparente B con el que se observa un satélite es directamente proporcional a su área, que se puede identificar con alguna longitud característica del satélite, L , elevada al cuadrado: mientras mayor sea con más intensidad reflejará la luz del sol en su superficie metálica. Asimismo, el brillo es inversamente proporcional al cuadrado de su distancia D : mientras más lejos esté menor será su luminosidad. Por tanto, podemos identificar $B = (L/D)^2$.

En astronomía es habitual evaluar el brillo aparente de los objetos del cielo en la escala de magnitudes aparentes, una escala logarítmica e inversa que hace corresponder la magnitud $m = 0$ a las estrellas más brillantes del cielo, y la magnitud $m = 6$ a las más débiles que se llegan a distinguir a simple vista. Objetos más brillantes que las estrellas más intensas pueden tener magnitudes negativas, como sucede con el Sol, la Luna o Venus, mientras que las estrellas que no se aprecian a simple vista poseen magnitudes aparentes superiores a 6. Se puede demostrar (aunque queda fuera de los objetivos de esta propuesta didáctica) que la relación entre la magnitud aparente m y el brillo aparente B se expresa como $m = -2,5 \log_{10} B$, cuando B se expresa en las unidades adecuadas.

La magnitud aparente, m , de un satélite artificial, se calcula teniendo en cuenta la magnitud aparente del sol (-26,75) y suponiendo que el satélite refleja su luz multiplicada por un cierto factor corrector F que se determina empíricamente, dado que no es un espejo perfecto. En esas condiciones, la magnitud aparente del satélite, m , resulta:

$$m = -26,75 - 2.5 \log \left[F \left(\frac{L}{D} \right)^2 \right] = -26,75 - 2.5 \log F - 5 \log \frac{L}{D}$$

El valor de F se determina empíricamente y al final resulta la expresión siguiente para la magnitud aparente, m , de un satélite cuando pasa por el cenit:

$$m = -25 - 5 \log \frac{L}{D} \quad (4)^*$$

Siendo L = Longitud característica del satélite.

D = Distancia de observación del satélite.

Donde las cantidades, L y D , deben ir en las mismas unidades de medida.

* Basado en D. Galadí-Enríquez, *A ras de cielo*. Ediciones Akal 2018, pag.37.

Conceptos matemáticos: Para hacer este desarrollo es necesario conocer previamente:

- La definición de logaritmo.
- Logaritmo decimal.
- Propiedades de los logaritmos.

- Cálculo de logaritmos con la calculadora.

Ejercicio 3: (Para 4º ESO, nivel mínimo)

La longitud característica de la Estación Espacial Internacional (ISS) es de 25 metros. Si está a una distancia de 400 km de la superficie terrestre, ¿con qué magnitud aparente se verá si pasa por el cenit del lugar de observación?

Actividad 3: Velocidad orbital de un satélite

La velocidad orbital es la velocidad que debe tener un satélite artificial (natural o planeta) para que su órbita sea estable.

Las velocidades orbitales se expresan en km/h o m/s.

Conceptos matemáticos: Para hacer este desarrollo es necesario conocer previamente:

- Cálculos en notación científica.
- Operaciones con radicales.
- Ecuaciones de segundo grado.

Conceptos físicos: Para hacer este desarrollo es necesario conocer previamente:

- Segunda ley de Newton.
- Fuerza gravitatoria.
- Fuerza centrípeta.
- Ley de la gravitación universal.

Si la órbita es circular, el módulo de la velocidad es constante en toda su órbita y viene dado por la fórmula:

$$v = \sqrt{\frac{GM_T}{R}} \quad (5)$$

Siendo:

v = Velocidad orbital.

G = Constante de la gravitación universal.

M_T = Masa del cuerpo atrayente (la Tierra).

R = Radio de la órbita.

Si se usan unidades del sistema internacional, la velocidad resultará expresada en m/s.

La velocidad orbital es inversamente proporcional a la raíz cuadrada del radio de la órbita, es decir, cuanto mayor sea el radio de la órbita, menor será la velocidad necesaria para describir esa órbita. Además, no depende de la masa del objeto que está en órbita.

Efectivamente, nos basamos en la segunda ley de Newton y en la ley de la gravitación universal.

Sea m la masa del satélite. La fuerza gravitatoria, F_g , atrae el satélite hacia el centro de la órbita y es la única que actúa sobre el objeto. Pero el satélite describe una trayectoria circular, de donde se deduce que esta fuerza está actuando como fuerza centrípeta, F_c , y debe tener el valor adecuado para ello. Por tanto:

$$F_g = F_c$$

Como:

$$F_g = \frac{GM_T m}{R^2} \quad \text{y} \quad F_c = m \cdot \frac{v^2}{R}, \text{ siendo:}$$

$$G = 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$$

$$M_T = 5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

m = masa del satélite en kilogramos.

R = Radio de la órbita en metros.

V = Velocidad orbital del satélite en metros por segundo.

Entonces:

$$\frac{GM_T m}{R^2} = m \cdot \frac{v^2}{R} \Rightarrow v^2 = \frac{GM_T m R}{R^2 m} = \frac{GM_T}{R} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_T}{R}}$$

Como se observa, esta velocidad, es independiente de la masa del satélite u objeto que orbita.

Si el objeto es un satélite que orbita alrededor de la Tierra, entonces:

$$R = r + h, \text{ siendo:}$$

r = Radio de la Tierra en metros (radio terrestre = 6.366 km)

h = Altitud del satélite en metros.

Como G y M_T son valores constantes, la anterior fórmula de la velocidad orbital puede escribirse como:

$$v = \frac{2.272.770}{\sqrt{r+h}} \quad (6)$$

Siendo r = Radio de la Tierra en km y h = altitud del satélite en km.

Efectivamente,

$$v = \sqrt{\frac{GM_T}{r+h}} = \sqrt{\frac{6,674 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot 5,972 \cdot 10^{24} \text{kg}}{(r+h)\text{km}}} = \sqrt{\frac{39,797408 \cdot 10^{13} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot \text{kg}}{(r+h) \cdot 10^3 \text{m}}}$$

$$= \frac{631.325,0193}{\sqrt{r+h}} \text{ m/s} \cong \frac{2.272.770}{\sqrt{r+h}} \text{ km/h}$$

Ejercicio 4: (Para 4º ESO académicas, nivel mínimo)

Calcular la velocidad a la que orbita la Estación Espacial Internacional (ISS), sabiendo que está a 400 km sobre la superficie de la Tierra. Expresar el resultado en km/h redondeando a las unidades.

Actividad 4: Periodo orbital de un satélite

El periodo orbital de un satélite es el tiempo que tarda un satélite en recorrer su órbita.

Si la órbita es circular, entonces el satélite da una vuelta tras recorrer un espacio igual a la longitud de la circunferencia de su órbita con centro en la Tierra y radio $(r+h)$, siendo r = radio de la Tierra y h = altitud del satélite sobre la superficie terrestre.

$$\text{Por tanto } L = 2\pi(r+h)$$

Como se desplaza con una velocidad v , entonces el periodo, T , es el cociente entre la longitud de una vuelta y la velocidad que lleva:

$$T = \frac{2\pi(r+h)}{v} = \frac{2\pi(6366 \text{ km}+h)}{v} \quad (7)$$

Donde T resulta en horas si v se introduce en km/h y tanto r como h en km.

Ejercicio 5: (Para 4º ESO académicas, nivel mínimo)

Determinar el periodo de la ISS, sabiendo que su altitud es de 400 km y su velocidad orbital de 27.631 km/h. Dar el resultado expresado en horas enteras y redondeando los minutos. ¿Cuántos amaneceres se verán a bordo de la ISS?

Veamos cuál es el alejamiento hacia el oeste entre dos pasos sucesivos del satélite.

Actividad 5: Alejamiento hacia el oeste entre dos pasos sucesivos del satélite

Supongamos que el observador está en A sobre la superficie terrestre, donde la latitud es φ .

Sea r_φ el radio de la circunferencia paralela al ecuador que pasa por A (el radio del paralelo de latitud φ).

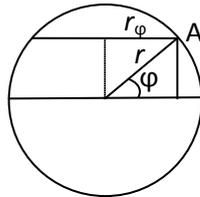


Gráfico 6

Como $\cos\varphi = \frac{r_\varphi}{r}$, entonces el radio de la circunferencia en A es:

$$r_\varphi = r \cdot \cos\varphi$$

y por tanto la longitud de la circunferencia en A es:

$$L_A = 2\pi \cdot r \cdot \cos\varphi.$$

Este espacio lo recorre en aproximadamente 24h, el periodo de rotación de la Tierra, P_T .

Por tanto durante el periodo del satélite, P_S , A habrá avanzado una distancia L tal que:

$$\left. \begin{array}{l} L_A \rightarrow P_T \\ L \rightarrow P_S \end{array} \right\} \Rightarrow L = \frac{L_A \cdot P_S}{P_T} \Rightarrow L = \frac{P_S}{P_T} \cdot r \cdot 2\pi \cdot \cos\varphi \quad (8)$$

Ejercicio 6: (Para 4º ESO, nivel mínimo)

Calcular el alejamiento en km hacia el oeste desde, por ejemplo, Torremolinos (*) entre dos pasos sucesivos de la ISS, sabiendo que tiene un periodo de 1h 32min. Dar el resultado redondeando a las unidades.

(*) Cambiar por el lugar que corresponda.

Investiga:

¿Quién fue la primera mujer en ir al espacio? ¿Cuándo lo hizo? ¿Cuánto tiempo estuvo en el espacio?

¿Quién fue la primera mujer a bordo de la lanzadera “Challenger”?

¿Cuántos astronautas han viajado a bordo de la ISS? ¿Cuántas han sido mujeres? Haz una representación gráfica mediante un diagrama de barras desde la puesta en órbita de la ISS para observar la evolución de la participación de las astronautas.

¿Quién fue la primera astronauta en llegar a la ISS? ¿Cuándo fue?

Busca información sobre 5 mujeres astronautas o cosmonautas que han viajado al espacio.

Mediante la aplicación Heavens-Above para predecir el paso de satélites artificiales, tanto a través de un navegador como en forma de aplicación para teléfonos móviles, <https://www.heavens-above.com/>, localiza los próximos pasos de la ISS por tu localidad. Elige un lugar oscuro, localiza los puntos cardinales sobre el horizonte y prepárate para la visualización de la ISS. Desde el centro escolar os podéis poner en contacto con otros estudiantes de otras localidades y provincias cercanas para que hagan la observación el mismo día y comparar los resultados de la observación, la altura máxima alcanzada por la ISS, el tiempo que ha estado visible en el cielo. Ten en cuenta los resultados obtenidos en los ejercicios planteados anteriormente.

Ayúdate de una hoja de cálculo para calcular los resultados de los ejercicios propuestos en función de los datos usados.

Material adicional

-Matemáticas aplicadas a la observación de satélites artificiales. Solucionario de ejercicios. Blanca Troughton y David Galadí.

- D. Galadí-Enríquez, *A ras de cielo*. Ediciones Akal 2018.

-Capítulo 19 de la serie de micro-espacios Ventana al Universo: Satélites artificiales, cómo poner en órbita un objeto, qué velocidades alcanzan, cuánto tardan en dar vueltas a la Tierra. Dónde van las naves tripuladas, datos sobre estaciones espaciales, algunas curiosidades sobre citas espaciales. <https://youtu.be/C7Nw-7xJz8Y>

-Capítulo 20 de la serie de micro-espacios Ventana al Universo: Más sobre satélites artificiales: órbitas polares, órbitas ecuatoriales, órbitas estacionarias. Algunas órbitas curiosas: satélites de GPS, órbitas tipo Mólniya. Cómo ver los satélites desde el suelo. <https://youtu.be/vPA4LWWv2mA>

-Aplicación Heavens-Above para predecir el paso de satélites artificiales, tanto a través de un navegador como en forma de aplicación para teléfonos móviles: <https://www.heavens-above.com/>

Exposición AstrónomAs: <https://astronomas.org>



NANCY ROMAN GRACE
LA MADRE DEL TELESCOPIO ESPACIAL HUBBLE

Fue la primera mujer en conseguir un puesto ejecutivo en la NASA y la principal impulsora del proyecto del telescopio espacial Hubble.



CATHERINE CESARSHY
LIDERANDO LA ASTRONOMÍA MUNDIAL

Directora general del Observatorio Europeo Austral (ESO) entre 1999 y 2007, ha sido la primera presidenta de la Unión Astronómica Internacional (IAU) entre 2006 y 2009.

HACIENDO VISIBLE LO INVISIBLE



Recreación del Telescopio Extremadamente Grande. ELT, © Observatorio Europeo Austral (ESO).



MARÍA LUISA GARCÍA VARGAS
DOMINANDO LA TECNOLOGÍA

Ha participado en el proyecto del instrumento MEGARA en el Gran Telescopio de Canarias (GTC) y ha sido la primera mujer en crear una empresa privada especializada en instrumentación astronómica y desarrollo de software.

MARIAM AL ASTURLABI
FABRICANTE DE ASTROLABIOS



Vivió en Alepo (actual Siria) en el siglo X y fue conocida por su maestría en la construcción de astrolabios. Los complejos cálculos matemáticos que manejó le permitieron innovar en el diseño de esos instrumentos y en el desarrollo de técnicas de navegación. Su apodo, Al Asturlabi, sugiere el reconocimiento público a su trabajo.

